УДК 371

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ ЗНАНИЙ В ЭЛЕКТРОННЫХ ОБУЧАЮЩИХ СИСТЕМАХ
Mathematical model of knowledge representation in e-learning system

Г. С. Баймухамедова, кандидат экономических наук, доцент
Казахской академии транспорта и коммуникаций имени М. Тынышпаева,
(Республика Казахстан, Алматы, ул. Шевченко, 97)

М. Ф. Баймухамедов, доктор технических наук, профессор
Костанайского социально-технического университета имени академика Зулкарнай Алдамжар
(Республика Казахстан, Костанай, ул. Герцена, 27)

Аннотация

Статья посвящена формализации информационного процесса обучения. Предложена математическая модель, описывающая представление знаний обучаемых, а также процессов их передачи от интеллектуальной мультимедийной обучающей системы к пользователю. Предложенную модель представления знаний можно использовать при разработке автоматизированных обучающих систем.

Ключевые слова: модель, знания, процесс обучения, представление знаний, обучающая система, учебная информация.

The summary

The article is devoted to the formalization of information process of training. The mathematical model describing representation of knowledge of trainees and processes of its transfer from intellectual multimedia training system to user are offered. The offered model of representation of knowledge can be used by working out of the automated training systems.

Keywords: model, knowledge, training process, knowledge representation, training system, educational information.

Расплывчатость границ знания и множественность взаимосвязей между элементами предметной области говорят о том, что нельзя выделить элементарный объем знаний. Кроме того, в силу специфики мышления человека ему свойственно при определенных условиях, имея некоторый набор связей между элементами знания, находить новые или неизвестные, которые также являются знанием (процесс самообучения). Величина тестового балла за одно задание при измерении знаний, определяемая на основе экспертной оценки, является случайной, поскольку на самом деле принадлежит некоторому нечеткому интервалу. В силу перекрытия интервалов можно говорить о квазинепрерывном распределении баллов на всем отрезке допустимых значений. Знания являются непрерывной величиной, которую можно выражать в условных числовых единицах (баллах).

Обучение и управление знаниями в силу присутствия человеческого фактора, действие которого имеет психофизическую природу, можно отнести к классу *стохастических* процессов, которые (при определенных условиях) можно рассматривать как полумарковские процессы (вероятность перехода при которых из одного состояния в другое зависит как от этого состояния, так и от состояния, в которое будет осуществлен следующий переход). Подобный подход получил фундаментальное обоснование и развитие в работах *профессора А. П. Свиридова,* в которых разработана статистическая динамика знаний. Согласно исследованиям профессора А. П. Свиридова, интенсивность переходов между состояниями (интенсивность усвоения и забывания) может зависеть от времени, и это позволяет получить линейные системы дифференциальных уравнений с коэффициентами, зависящими от времени, для которых, однако, не всегда могут быть получены аналитические решения. Поэтому в данной работе был развит другой подход.

Рассмотрим случайный дискретный процесс передачи знаний, при котором величина знаний пользователей характеризуется баллами, принимающими некоторые значения от 0 до N. Будем считать, что при величине знаний τ, предоставляемой пользователю на шаге обучения h, его балл из дискретного состояния $k-1$ переходит в состояние k.

Обозначим через $\rho_{\kappa-1,h}$ вероятность нахождения в состоянии $k-1$ после h шагов обучения, через $\rho_{k+1,h}$ – вероятность нахождения в состоянии $k+1$.

Рассмотрим процесс обучения как совокупность процессов происходящих в состояниях $k-1$, k и $k+1$.

Вероятность $\rho^{+}_{k-1,h}$ перехода из состояния $k-1$ в состояние k на $(h+1)$ шаге будет равна $\rho^{+}_{k-1,h} = g_1 . p_{k-1,h}$, где g_1 – вероятность перехода $k-1 \rightarrow k$.

Вероятность $\rho_{k+1,h}$ перехода из состояния $k+1$ в состояние k на $(h+1)$ шаге будет равна $p^{-}_{k+1,h} = g_2 \cdot p_{k+1,h}$, где g_2 – вероятность перехода $k+1 \rightarrow k$.

Процесс передачи знаний на $(h+1)$ шаге опишем как сумму процессов: ($p^{+}_{k-1,h} + p^{-}_{k+1,h}$). Вероятности g_1 *и* g_2 положим равными 1/2, т. е. переходы вправо или влево из любого соседнего состояния можно считать равновероятными. Тогда:

$$p_{k,h+1} = g\lfloor p_{k-1,h} + p_{k+1,h} \ \rfloor. \tag{1}$$

Для описания процесса передачи знаний от интеллектуальной мультимедийной обучающей системы к пользователю введем следующие переменные [1]:

$$X = k \cdot \varepsilon,$$

$$t = h \cdot \tau,$$

$$p_{k,h} = \varepsilon \cdot p^{(x,t)},$$

где ε – изменение тестового балла пользователя в результате предоставляемой обучающей системой величины знаний τ на одном шаге, $\varepsilon \le \tau$ (в идеальном случае надо стремиться, чтобы ε было равно τ, т. к. нет смысла выдавать на одном шаге информации больше, чем может быть усвоено пользователем). Из уравнения (1) находим:

$$p\ (x,\ t+\tau\ ) = q\ [p\ (x-\varepsilon,\ t) + p\ (x+\varepsilon,\ t)]. \tag{2}$$

Разложим $p\ (x,\ t+\tau)$, $p\ (x-\varepsilon,\ t)$ и $p\ (x+\varepsilon,\ t)$ в ряд и, ограничиваясь членами, содержащим не более чем вторую производную по x и по t, получим дифференциальное уравнение II порядка гиперболического типа:

$$\frac{\partial \rho^{(x,t)}}{\partial t} + \frac{\tau}{2}\frac{\partial^2 \rho^{(x,t)}}{\partial t^2} = \frac{\varepsilon^2}{2\cdot\tau}\cdot\frac{\partial^2 \rho^{(x,t)}}{\partial x^2}. \tag{3}$$

Полученное уравнение описывает математическую модель представления знаний и процессов их передачи от системы к пользователю. Данное уравнение может быть интерпретировано следующим образом:

1) член уравнения $\frac{\partial \rho^{(x,t)}}{\partial t}$ описывает процесс «механического» накопления учебной информации пользователем в зависимости от числа шагов обучения;

2) член уравнения $\frac{\tau}{2}\frac{\partial^2 \rho^{(x,t)}}{\partial t^2}$ описывает процесс, при котором полученные знания структурируются и сами становятся источником новой учебной информации;

3) член уравнения $\frac{\varepsilon^2}{2\cdot\tau}\cdot\frac{\partial^2 \rho^{(x,t)}}{\partial x^2}$ описывает процесс усвоения информации в целом.

При описании информационного процесса обучения необходимо определить, при каких величине учебной информации (τ), предоставляемой системой, и изменении тестового балла ε работа обучающей системы является наиболее эффективной (минимальное число шагов обучения) и каково необходимое число шагов обучения h для достижения результата [2].

Каждый пользователь, имея начальный балл, равный некоторому x_1, должен после общения с системой достигнуть уровня обученности в L баллов. Сформулируем краевую задачу. Потребуем, чтобы на границе отрезка распределения баллов $x = 0$ выполнялось граничное условие «отражения» (т. е. баллы не могут выходить в область отрицательных значений):

$$\left.\frac{d\rho^{(x,t)}}{d\chi}\right|_{x=0} = 0. \tag{a}$$

На границе $x = 0$ отрезка распределения баллов потребуем, чтобы выполнялось граничное условие «поглощения» (т. к. пользователь, достигший заданный уровень в L баллов, заканчивает обучение):

$$p\ (x,\ t)|_{x\ =\ 2} = 0. \tag{b}$$

Для решения поставленной задачи воспользуемся методом функций Грина, т. е. найдем решение для точечного источника, находящегося в точке x_1:

$$\frac{\partial G_{(x,t)}}{\partial t} + \frac{\partial^2 G_{(x,t)}}{\partial t^2} = D\cdot\frac{\partial^2 G_{(x,t)}}{\partial \chi^2}\ , \tag{4}$$

где $G\ (x,\ t)$ – функция точечного источника (функция Грина) с начальным условием:

$$G(x,0) = \delta(x - x_1) = \begin{cases} 1, при\ x = x_1 \\ 0, при\ x \neq x_1 \end{cases}. \tag{c}$$

Проделав необходимые вычисления, получим выражение для $G\ (x_1,\ h,\ \varepsilon)$, которое определяет вероятность того, что после цикла работы обучающей системы пользователем, имеющим исходный балл x_1, уровень обученности в L баллов достигнут не будет.

Соответственно, вероятность достижения желаемого результата $P\ (x_1,\ h,\ \varepsilon)$ будет равна:

$$P(x_1,h,\varepsilon) = 1 - G(x_1,h,\varepsilon) = 1 - \frac{2}{\pi}e^{-h}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\cos\left(\frac{x_1}{L}\pi\left(n+\frac{1}{2}\right)\right)}{n+\frac{1}{2}}\left\{ch\left(h\cdot\omega(\varepsilon)\right) + \frac{sh\left(h\cdot\omega(\varepsilon)\right)}{\omega(\varepsilon)}\right\}\ , \tag{5}$$

где $\omega(\varepsilon)=\sqrt{1-\varepsilon^2\cdot\frac{\pi^2\left(n+\frac{1}{2}\right)^2}{L^2}}$.

Предложенную нами модель представления знаний можно использовать при разработке автоматизированных обучающих систем.

Библиографический список

1. *Агапонов С. В. [и др.]*. Средства дистанционного обучения. Методика, технология, инструментарий / под ред. З. О. Джалиашвили. СПб. : БХВ-Петербург, 2003.
2. *Зеленков П. В., Ковалева Т. А.* Алгоритм формирования информационного базиса мультилингвистической адаптивно-обучающей технологии // Вестник НИИ СУВПТ-2003. Вып. 1.
3. *Кружкова Т. И., Рущицкая О. А.* Проблемы качества подготовки бакалавров и магистров в условиях реформирования системы образования // Аграрное образование и наука. 2013. № 1. С. 8.